ANÁLISE DO MODELO DE BIELAS E TIRANTES PARA VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM FURO

Ricardo José Carvalho Silva¹ José Fabiano Araújo Moreira² Rodrigo Farias do Vale²

RESUMO - O modelo de bielas e tirantes apresenta como vantagem a generalidade, pois consegue representar de modo aproximado, porém realista e sistemático, a maior parte dos elementos estruturais da atualidade. Isto o qualifica como uma ferramenta capaz de analisar e dimensionar qualquer tipo de peça, inclusive aquelas onde a hipótese de Bernoulli não é válida, caso de peças com descontinuidades. Esta pesquisa consiste na análise de vigas de concreto armado com furos através do modelo de bielas e tirantes. Foram analisadas cinco vigas, sendo uma sem furo e quatro com furos em posições variadas. A partir da análise das rupturas das vigas ensaiadas no laboratório de Materiais de Construção do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual Vale do Acaraú, e através dos resultados obtidos com a modelagem dessas vigas no programa SAP 2000, foi desenvolvida uma rotina numérica que, através do equilíbrio dos nós, pelo modelo de bielas e tirantes, permite estimar a carga última de uma viga com furo. Em seguida procedeuse à idealização do modelo de bielas e tirantes para cada peça, analisando a variação desses modelos em função da presença das descontinuidades, das cargas de ruptura encontradas experimentalmente e dos caminhos de tensão de compressão extraídos da modelagem no SAP 2000. Observou-se que os modelos de bielas e tirantes idealizados proporcionaram ótima representação da estrutura das peças analisadas e de seus comportamentos, apresentando resultados satisfatórios, podendo ser utilizado com segurança para a análise do comportamento das vigas na situação de ruptura por flexão.

¹ Professor doutor, curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual Vale do Acaraú. Email: ricardo.carvalho222@gmail.com

² Alunos de graduação, IC, curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual Vale do Acaraú. Email: jf_moreira1991@hotmail.com

Palavras-chave: Vigas de Concreto Armado. Vigas com furo. Reforço em Vigas com Furo. Modelo de bielas e tirantes.

1 INTRODUÇÃO

As vigas são um dos elementos mais importantes em estruturas de concreto armado, pois são responsáveis por transferir as cargas das lajes para os pilares da edificação. Em muitos casos, na realidade de uma obra, elas são dimensionadas sem a presença de furos, mas com a necessidade de passagem de tubulações de água, esgoto ou incêndio, acabam sendo executadas com furos. Por outro lado, o modelo de bielas e tirantes é um método recente de análise e dimensionamento que tem encontrado muita difusão no meio acadêmico e profissional, principalmente no que diz respeito ao dimensionamento e análise de peças com regiões de descontinuidades.

A proposta desta pesquisa é utilizar o modelo de bielas e tirantes para correlacionar o comportamento de vigas de concreto armado contínuas e vigas com descontinuidades e, através de uma rotina numérica, mostrar a carga última dos elementos da viga. O estudo foi baseado no comportamento das peças na ruptura e na análise dos caminhos de tensões de compressão encontradas com auxílio de uma modelagem numérica. Além disso, foram implementados modelos de bielas e tirantes adequados para a representação do comportamento mecânico e estrutural de cada peça analisada.

2 O MODELO DE BIELAS E TIRANTES

O modelo de bielas e tirantes teve seu surgimento com a difusão do modelo da treliça conjugada ou analogia de Mörsch. Esse modelo foi proposto inicialmente no século XX por Ritter em 1989 e aperfeiçoado por Mörsch em 1909, e o mesmo visava o dimensionamento ao cisalhamento de vigas submetidas ao efeito de flexão. Basicamente o modelo faz uma analogia entre uma viga de concreto armado depois de fissurada e uma treliça de banzos paralelos. Segundo Santos (2006), o modelo consiste na representação discreta dos campos de tensão de tração e dos campos de tensão de compressão nos elementos estruturais, sendo que as bielas representam os campos principais de compressão e os tirantes representam os campos principais de tração. Em outras palavras, os campos de tensões resultantes dos carregamentos aplicados e condições de contorno existentes nos elementos estruturais de concreto armado são representados por bielas e tirantes, e os encontros existentes entre as bielas, tirantes ou cargas atuantes (ações ou reações) são denominados nós. O mesmo autor propõe que o modelo pode ser obtido por meio do fluxo de tensões elásticas, pelo processo do caminho de cargas ou por modelos padronizados. A obtenção da direção das bielas e dos tirantes é feita com base na direção média dos campos de tensões de compressão e tração.

Esse modelo divide as estruturas de concreto armado em dois tipos de regiões: as regiões contínuas (B) e descontínuas (D). As regiões B são as regiões sem descontinuidade, onde as hipóteses de Bernoulli das seções planas são perfeitamente válidas e aplicáveis (CAM-POS FILHO, 1996). Já as regiões D são regiões que apresentam algum tipo de descontinuidade, tais como estáticas do tipo forças concentradas atuantes e reações de apoio e geométrica, como mudanças bruscas de geometria, abertura na alma e nós de pórticos.

3 PROGRAMA EXPERIMENTAL

O experimento foi feito através do ensaio de Sttutgart, que consiste no carregamento gradativo de uma viga retangular biapoiada, com duas cargas concentradas simétricas. Nesse ensaio o carregamento é aumentado gradativamente a uma taxa de 10 kN até que venha a atingir o valor que leve a viga à ruptura, permitindo, numa mesma peça, a observação da flexão pura (sem a presença do cisalhamento) e da flexão simples (com a presença do cisalhamento). A Figura 1 demonstra o esquema estrutural de aplicação das cargas. O ensaio foi realizado no laboratório de Materiais de Construção da UVA. Figura 1 - Esquema estrutural de aplicação de cargas do ensaio de Stuttgart



3.1 Materiais Utilizados

Para a confecção das vigas foi utilizado um concreto com o respectivo traço em massa: 1; 2,26; 2,73 (cimento; areia; agregado graúdo) com a relação água/cimento de 0,52. No Quadro 1 encontra-se a composição do concreto utilizado, por m³.

Quadro 1 - Quantidade de materiais por m³ de concreto

Material	Tipo	Quantidade
Cimento (Kg)	CPIIZ32-RS	360
Agregado miúdo (Kg)	Natural	812
Agregado graúdo (Kg)	Calcário	984
Água (L)	-	185

Fonte: Souza (2012)

As vigas apresentaram resistência característica à compressão média de 39,36 MPa, dado obtido através do ensaio de compressão axial de corpos de prova feito no mesmo laboratório onde as vigas foram ensaiadas.

Para a confecção das peças foram utilizadas armaduras de aço CA-50, sendo que para todas as peças foram utilizados vergalhões com bitola de 6,3mm de diâmetro. No Quadro 2 têm-se as propriedades dos vergalhões de aço utilizados para a confecção das peças.

Diâmetro Nominal (DN) (mm)	СА	Massa Nominal	Resistência característica de escoamento (fy) (MPa)	Limite de Resistência (MPa)	Alongamento Mínimo em 10 φ
6,3	50	0,25	500	550	5%

Quadro 2 - Características do aço utilizado nas vigas

Fonte: Souza (2012)

Foram ensaiadas cinco vigas de concreto armado com dimensões 15x15x80 cm, sendo que uma (Viga V1) não apresentava abertura de alma e quatro (Vigas V2, V3, V4 e V5) apresentavam abertura de alma em locais distintos. A forma e o detalhamento das armaduras podem ser vistos na Figura 2.





4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.1 Viga V1

Na viga V1 até o carregamento de 20 KN não foi observada nenhuma fissura; nesse momento a viga encontrava-se no "estádio 1". As primeiras fissuras apareceram com o carregamento de 30 KN, indicando a passagem do "estádio 1" para o "estádio 2", mantendo-se nesse estádio até o carregamento de 98 KN, quando veio a romper, apresentando um total de cinco fissuras visíveis. A ruptura ocorreu

por flexão com deformação plástica excessiva do aço. A viga V1 pode ser observada na Figura 3.





4.2 Viga V2

A viga V2 apresentava uma abertura na região central próxima à armadura negativa. Até o carregamento de 20 KN não foi observada nenhuma fissura; nesse momento a viga encontrava-se no "estádio 1". As primeiras fissuras apareceram com o carregamento de 30 KN, indicando a passagem do "estádio 1" para o "estádio 2", mantendo-se nesse estádio até o carregamento de 88 KN, quando veio a romper, apresentando um total de sete fissuras visíveis. Da mesma forma que na viga V1, a ruptura ocorreu por flexão com deformação plástica excessiva do aço. Podemos observar através da Figura 4 o aparecimento de muitas fissuras próximas à abertura de alma da viga, sem, contudo, diminuir expressivamente a tensão de ruptura da peça.



Figura 4 – Mapa de Fissuração da viga V2

4.3 Viga V3

A viga V3 apresentava uma abertura na região central próxima à armadura positiva, teoricamente a zona mais adequada para prever aberturas em vigas, pois é uma zona de tração onde o responsável por absorver os esforços é o aço. Até o carregamento de 20 KN não foi observada nenhuma fissura; nesse momento a viga encontrava-se no "estádio 1". As primeiras fissuras apareceram com o carregamento de 30 KN, indicando a passagem do "estádio 1" para o "estádio 2", mantendo-se nesse estádio até o carregamento de 104 KN, quando veio a romper, apresentando um total de oito fissuras visíveis. Da mesma forma que nas vigas V1 e V2, a ruptura ocorreu por flexão com deformação plástica excessiva do aço. Podemos observar através da Figura 5 o aparecimento de muitas fissuras próximas à abertura de alma da viga. Comparando as vigas V2 e V3, percebemos que a viga V3 apresentou uma carga de ruptura consideravelmente maior que a da

viga V2, indicando uma possível interferência da posição do furo na resistência mecânica da viga.



Figura 5 – Mapa de Fissuração da viga V3

4.4 Viga V4

A viga V4 apresentava uma abertura na região próxima ao apoio na parte superior. Até o carregamento de 30 KN não foi observada nenhuma fissura; nesse momento a viga encontrava-se no "estádio 1". As primeiras fissuras apareceram com o carregamento de 40 KN, indicando a passagem do "estádio 1" para o "estádio 2", mantendo-se nesse estádio até o carregamento de 86 KN, quando veio a romper, apresentando um total de cinco fissuras visíveis. Da mesma forma que nas demais vigas, a ruptura ocorreu por flexão com deformação plástica excessiva do aço. Nota-se que a viga V4 apresentou a menor carga de ruptura entre todas as vigas. A Figura 6 indica os detalhes da viga V4.



Figura 6 – Mapa de Fissuração da viga V4



4.5 Viga V5

A viga V5 apresentava uma abertura na região próxima ao apoio na parte inferior. Até o carregamento de 20 KN não foi observada nenhuma fissura; nesse momento a viga encontrava-se no "estádio 1". As primeiras fissuras apareceram com o carregamento de 30 KN, indicando a passagem do "estádio 1" para o "estádio 2", mantendo-se nesse estádio até o carregamento de 98 KN, quando veio a romper, apresentando um total de nove fissuras visíveis. Diferentemente das demais vigas, a ruptura ocorreu por flexocisalhamento, ou seja, quando a peça rompe por flexão (escoamento da armadura positiva) e cisa-

lhamento (escoamento da armadura do estribo). A Figura 7 indica os detalhes da viga V5.





5 ROTINA NUMÉRICA

A abordagem utilizada aplica-se a vigas contínuas simplesmente apoiadas sujeitas a duas cargas concentradas simétricas rompidas por deformação excessiva da armadura positiva, sendo aplicável onde a relação $l/h \ge 2,5$, em que $l \in h$ são, respectivamente, o comprimento e a altura da peça, não sendo válida para vigas que rompam por esmagamento das regiões nodais, esmagamento da biela comprimida ou escoamento dos estribos.

Para o cálculo da resistência efetiva do concreto adotou-se a formulação da norma europeia CEB-FIP *Model Code* (2010). Equações (1), (2) e (3):

$$fcd = kc * fc \tag{1}$$

Para a biela comprimida localizada na região superior da viga:

$$kc = 1,0 \left(\frac{30}{fck}\right)^{1/3} \le 1,0 (fck \quad em \quad MPa)$$
⁽²⁾

Para bielas comprimidas localizadas na região entre a aplicação da carga e o apoio da peça.

$$kc = 0.75 \left(\frac{30}{fck}\right)^{1/3} \le 0.8 (fck \quad em \quad MPa)$$
(3)

Para o cálculo da altura da linha neutra serão utilizadas as equações para o dimensionamento de elementos lineares à flexão recomendadas pela norma NBR 6118:2003 (CLÍMACO, 2008).

$$X = Kx * D \tag{4}$$

$$Kx = 1,25 - 1,917 * \sqrt{0,425 - Kmd}$$
⁽⁵⁾

$$Kmd = \frac{M}{b*D^2*fcd} \tag{6}$$

O cálculo do ângulo Ø entre o eixo do tirante e o eixo da biela comprimida será função da carga P de ruptura da peça e da tensão máxima de escoamento do aço (fy) da armadura longitudinal. Os valores da tensão no tirante, na biela comprimida e no banzo superior podem ser obtidos através do princípio de equilíbrio dos nós da treliça, ou seja, $\Sigma F=0$ e $\Sigma M=0$.

$$T = As * fy \tag{7}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{P}{T} \tag{8}$$

$$Rbs = T \tag{9}$$

$$Rbi = P * \sin\phi \tag{10}$$

$$V = P \tag{11}$$

O limite de capacidade da biela adotada no modelo em estudo será função da resistência do concreto, espessura da biela e largura da viga:

$$S = fcd * Wb * b \tag{12}$$

A tensão de ruptura do banzo superior de compressão será função da resistência efetiva do concreto, da altura da linha neutra e da espessura da viga:

$$Q = fcd * X * b \tag{13}$$

A tensão de escoamento dos estribos será função da área de aço (As) dos estribos que atravessam a biela comprimida e da resistência característica do aço utilizado (fy).

$$Vm = As * fy \tag{14}$$

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As Figuras 8 e 9 mostram os caminhos de tensões de compressão encontrados com a análise no SAP 2000 e o modelo de bielas e tirantes adotado. Os dados de entrada são: A = 21 cm, L = 9 cm, D = 13,05 cm, R2 = 2 cm, C = 1,95 cm e P = 49 KN.

Percebe-se pelo Quadro 3 que, para a tensão de escoamento do tirante, as tensões de ruptura dos elementos do modelo adotado apresentam valores bem maiores que as tensões que neles atuam. O valor encontrado para a tensão de ruptura dos estribos se justifica porque no modelo adotado apenas quatro bitolas passam pela biela comprimida e a inclinação da biela não apresentará grandes variações, 78 Essentia, Sobral, vol. 15, n° 2, p. 67-87, dez. 2013/maio 2014 de modo que será considerado o mesmo valor para todos os modelos. O valor do ângulo \emptyset encontrado foi de 57,5°.



Figura 8 - Caminho das tensões de compressão da viga V1

Figura 9 - Modelo de bielas e tirantes adotado para a viga V1



Quadro 3 - Tensões atuantes e de ruptura para a viga V1

Elemento da Viga V1	Tensão atuante (KN)	Tensão de ruptura (KN)	Verificação
Biela comprimida (Rbi e S)	58,10	202,89	OK!
Banzo superior de compressão (Rbs e Q)	31,16	124,65	OK!
Estribos (V e Vm)	49,00	62,50	OK!
Banzo inferior de tração (T)	31,16	31,16	Escoou

As Figuras 10 e 11 mostram o caminho de tensões de compressão encontrado com a análise no SAP 2000 e o modelo de bielas e

tirantes adotado. Os dados de entrada são: A = 21 cm, L = 9 cm, D = 13,05 cm, R2 = 2 cm, C = 1,95 cm e P = 44 KN.



Figura 10 - Caminho das tensões de compressão para a viga V2

Figura 11 - Modelo de bielas e tirantes adotado para a viga V2



Percebe-se pelo Quadro 4 que, para a tensão de escoamento do tirante, as tensões de ruptura dos elementos do modelo adotado apresentam valores bem maiores que as tensões que neles atuam; no entanto, verifica-se uma diminuição considerável da tensão de ruptura do banzo superior de compressão se comparado com o valor encontrado para V1, indicando a interferência do furo na resistência mecânica da viga. O valor do ângulo Ø encontrado foi de 55,7°.

	Tensão	Tensão de	
Elemento da Viga V2	atuante	ruptura	Verificação
	(KN)	(KN)	
Biela comprimida (Rbi e S)	53,91	196,67	OK!
Banzo superior de compressão (Rbs e Q)	31,16	111,22	OK!
Estribos (V e Vm)	44,00	62,50	OK!
Banzo inferior de tração (T)	31,16	31,16	Escoou

Quadro 4 - Tensões atuantes e de ruptura para a viga V2

As Figuras 12 e 13 mostram o caminho de tensões de compressão encontrado com a análise no SAP 2000 e o modelo de bielas e tirantes adotado. Os dados de entrada são: A = 21 cm, L = 9 cm, D =13,05 cm, R2 = 2 cm, C = 1,95 cm e P = 52 KN.

Percebe-se pela Quadro 5 que, para a tensão de escoamento do tirante, as tensões de ruptura dos elementos do modelo adotado apresentam valores bem maiores que as tensões que neles atuam. Verificase ainda que as tensões de ruptura dos elementos do modelo são os maiores encontrados, indicando que não há interferência do furo no caminho das tensões de compressão. O valor do ângulo Ø encontrado foi de 59,1°.

Figura 12 - Caminho das tensões de compressão para a viga V3







Quadro 5 - Tensões atuantes e de ruptura para a viga V3

	Tensão	Tensão de	
Elemento da Viga V3	atuante	ruptura	Verificação
	(KN)	(KN)	
Biela comprimida (Rbi e S)	60,60	206,14	OK!
Banzo superior de compressão (Rbs e Q)	31,16	131,54	OK!
Estribos (V e Vm)	52,00	62,50	OK!
Banzo inferior de tração (T)	31,16	31,16	Escoou

A Figuras 14 e 15 mostram o caminho de tensões de compressão encontrado com a análise no SAP 2000 e o modelo de bielas e tirantes adotado. Os dados de entrada são: A = 21 cm, L = 9 cm, D = 13,05 cm, R2 = 2 cm, C = 1,95 cm e P = 43 KN.

Figura 14 - Caminho das tensões de compressão para a viga V4





Figura 15 – Modelo de bielas e tirantes adotado para a viga V4

Percebe-se pelo Quadro 6 que, para a tensão de escoamento do tirante, as tensões de ruptura dos elementos do modelo adotado apresentam os menores valores se comparados com as outras vigas ensaiadas. Diferentemente do obsevado nas outras vigas, no furo da viga V4 não aparecerram fissuras, isto porque este está localizado próximo da região de compressão e exatamente no caminho das tensões de compressão onde as tensões de tração são pequenas e são resistidas pelo concreto. O valor do ângulo Ø encontrado foi de 54,0°.

	Tensão	Tensão de	
Elemento da Viga V4	atuante	ruptura	Verificação
	(KN)	(KN)	
Biela comprimida (Rbi e S)	53,08	73,33	OK!
Banzo superior de compressão (Rbs e Q)	31,16	105,53	OK!
Estribos (V e Vm)	43,00	62,50	OK!
Banzo inferior de tração (T)	31,16	31,16	Escoou

Quadro 6 - Tensões atuantes e de ruptura para a viga V4

As Figuras 16 e 17 mostram o caminho de tensões de compressão encontrado com a análise no SAP 2000 e o modelo de bielas e tirantes adotado. Os dados de entrada são: A = 21 cm, L = 9 cm, D =13,05 cm, R2 = 2 cm, C = 1,95 cm e P = 49 KN

Figura 16 - Caminho das tensões de compressão para a viga V5

Figura 17 – Modelo de bielas e tirantes adotado para a viga V5



Os valores encontrados no Quadro 7 diferem dos valores encontrados no Quadro 1 apenas na biela comprimida, pois de acordo com o modelo adotado o furo diminui a sua espessura. Verifica-se que tanto na viga V5 quanto nas vigas anteriores o modelo de bielas e tirantes indica uma ruptura por flexo-cisalhamento. O valor do ângulo \emptyset encontrado foi de 57,5°.

Quadro 7 - Tensões atuantes e de ruptura para a viga V5

Elemento da Viga V5	Tensão atuante (KN)	Tensão de ruptura (KN)	Verificação
Biela comprimida (Rbi e S)	58,10	141,67	OK!
Banzo superior de compressão (Rbs e Q)	31,16	124,65	OK!
Estribos (V e Vm)	49,00	62,50	OK!
Banzo inferior de tração (T)	31,16	31,16	Escoou

6 CONCLUSÕES

As vigas V2, V3 e principalmente V5 apresentaram muitas fissuras na região da descontinuidade geométrica; isso mostra que para o dimensionamento de peças de concreto armado com tais descontinuidades faz-se necessária a previsão de uma armadura de reforço para diminuir a quantidade de fissuras, como recomenda a norma NBR 6118/2003.

Os comportamentos mecânicos das vigas V1, V2 e V3 apresentaram-se bastante similares. Nelas as fissuras apareceram na região do centro das vigas. Através da análise no SAP 2000, pode-se concluir que a presença dos furos não alterou os caminhos de cargas de compressão.

Por estar localizado exatamente no caminho de cargas de compressão, o furo da viga V4 forçou o desvio desse caminho, o que fez com que a inclinação da biela comprimida diminuísse e, consequentemente, a carga de ruptura da viga. O furo na viga V5 forçou uma inclinação do ângulo maior do que na viga V4, fazendo com que menos carga fosse transferida para o tirante e aumentado a carga de ruptura da viga.

Observou-se que em todas as vigas o caminho das tensões de compressão não parte diretamente dos pontos de aplicação de cargas para os apoios e que os valores dos ângulos entre bielas comprimidas e tirantes apresentaram-se altos com variação de 54,1° até 59,1°, contrariando os valores recomendados por pesquisadores e normas que tratam do assunto.

De modo geral observa-se a adequação do modelo de bielas e tirantes às peças analisadas. Os modelos idealizados correspondem aos campos de tensão de compressão das vigas; deste modo podem ser utilizados com segurança para a análise do comportamento da viga na situação de ruptura por flexão.

ANALYSIS OF STRUT AND TIE MODEL FOR REINFORCED CONCRETE BEAMS WITH HOLES

ABSTRACT - The strut and tie model has as one of its advantages the generalization, since it can represent in approximate way, however realistic and systematically, most of the structural elements of the present; this qualifies it as a tool able to analyze and scale any part, including those where the Bernoulli hypothesis is not valid, case of parts with discontinuities. This work consists in the analysis of reinforced concrete beams with hole through the strut and tie model. Five beams were analyzed, one without hole and four with hole in varied positions. From the analysis of ruptures of the beams at the Laboratory of Construction Materials of Department of Civil Engineering of the Universidade Estadual Vale do Acaraú and through the results obtained from the modeling of these beams in the program SAP 2000 was developed a numerical routine that by balance of node, by the strut and tie model, allows to estimate the ultimate load beam with a hole, then proceeded to the idealization of strut and tie model for each piece, analyzing the variation of the compressive stress models due to the presence of hole, of the breaking loads and of the compressive stress paths found experimentally in the modeling the SAP 2000. It was observed that the strut and tie models have provided satisfactory results of the structure of the pieces analyzed and their behavior presenting results satisfactory, may be safely used for analyzing the behavior of the beams in the situation of rupture flexural simple.

Keywords: Reinforced concrete beams. Beams with holes. Reinforcement of beams with holes. Strut and tie model.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento.** ABNT: Rio de Janeiro, 2003.

CAMPOS FILHO, Américo. **Detalhamento das estruturas de concreto pelo método das bielas e dos tirantes.** Cadernos de Engenharia de Estruturas. Rio Grande do Sul: PPEC-UFRS, 1996. CEB-FIB. **Model Code:** First Complete Draft. v. 1. International Federation for Structural Concrete: Lausanne, Switzerland, 224 p., 1999.

MORAIS, Francisco Edson Prado de. **Estudo experimental de vigas de concreto armado vazadas horizontalmente.** 2013. 54 f. Monografia (graduação em Engenharia Civil) – Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual Vale do Acaraú, Sobral, 2013.

NEPOMUCENO, Chaira Lacerda. **Análise de vigas-parede aplicando modelo de biela e tirante e microtreliça.** 2012. 177 f. Dissertação de Mestrado (mestrado em Estruturas e Construção Civil) - Departamento de engenharia civil e ambiental da faculdade de tecnologia, Universidade Nacional de Brasília, Brasília, 2012.

SANTOS, Daniel dos. **Análise de vigas de concreto utilizando modelos de bielas e tirantes**. 2006. 195 f. Dissertação de Mestrado (mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

SOUZA, Leandro do Carmo. **Estudo Teórico-experimental de** vigas vazadas pelo modelode bielas e tirantes. 2012. 97 f. Monografia (graduação em Engenharia Civil) – Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual Vale do Acaraú, Sobral, 2012.