DESCRIÇÃO GRÁFICO-GEOMÉTRICA DE EXEMPLOS E TEOREMAS COM APOIO DO GEOGEBRA: CONVERGÊNCIA DE FUNÇÕES

Francisco Régis Vieira Alves[1]
Francisca Cláudia Fernandes Fontenele[2]
César Marcos do Nascimento Lucas[3]

Resumo: Neste artigo investigamos o ensino e aprendizagem de conceitos da Análise Real, com foco em convergência de funções, com alunos recém-licenciados em Matemática, pela Universidade Estadual Vale do Acaraú. O objetivo principal foi a exploração deste conteúdo, através da Sequência Fedathi (SOUSA *et al*. 2013) utilizando o *software* Geogebra. Consideramos também a importância dos Registros de Representações Semióticas (DUVAL, 2009), uma vez que abordamos tipos de representações de um objeto matemático esperando uma melhor compreensão conceitual por parte dos alunos. Na pesquisa de campo, propomos situações para um grupo de 6 professores (alunos) de Matemática com a intenção de provocar-lhes o estímulo visual para a compreensão dos conceitos do objeto de estudo. Verificamos que os mesmos desconheciam os conceitos da convergência, parte deles conhecia o software, porém, não o utilizavam como recurso didático. Com tal expediente conseguimos desenvolver nos professores os conceitos básicos de convergência simples e uniforme.

Palavras-chave: Convergência de funções, Geogebra, Representação

---

[1] Doutor em educação pela Universidade Federal do Ceará – UFC. Professor do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia - IFCE. Email: fregis@ifce.edu.br

[2] Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira da Universidade Federal do Ceará – UFC. E-mail: claudia@multimeios.ufc.br.

[3] Mestrando do Mestrado Profissional em Matemática em Rede – PROFMAT, núcleo Universidade Federal do Piauí – UFPI. Professor da Rede Estadual de Ensino do estado do Ceará – SEDUC-CE.

semiótica, Sequência Fedathi.

INTRODUÇÃO

Essa pesquisa surgiu no âmbito do Curso de Especialização em Ensino de Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA, com a inquietação de tentar compreender como os conceitos pertinentes à teoria da Análise Real (AR) podem ter o ensino e aprendizagem de convergência de funções, facilitados, através de sessões didáticas trabalhadas com apoio computacional. Para tanto, foram realizadas formações com alunos recém-formados no curso de Licenciatura em Matemática da UVA.

Segundo Amorim (2011, p. 37),

> É possível perceber que os alunos, de uma maneira geral, são capazes de realizar longas listas de atividades envolvendo tal assunto, sem que realmente tenham compreendido o conceito.

No entanto, para compreender os conceitos da AR é preciso ir além, fazer demonstrações partindo das definições e construindo conexões lógicas. Só desta forma é possível conseguir compreender a essência da AR que abrange métodos, técnicas, estruturas, valores fundamentais da Matemática.

Pesquisas mostram que disciplinas de Cálculo e Análise são as que mais reprovam, segundo a SBM (1995, p. 5 *apud* Amorim, 2011, p. 18), em um de seus boletins informativos:

> O ensino do Cálculo nas universidades brasileiras tem sido objeto de questionamento em diversos fóruns em função das dificuldades apresentadas pelos alunos na sua aprendizagem, bem como pela alta evasão dos estudantes dos primeiros períodos, matriculados nesta disciplina. (Idem, 1995, p. 5)

Para tentar mudar esta realidade as pesquisas em Educação Matemática evoluem a cada dia, entre elas as que apontam para a utilização do computador como recurso didático. Os softwares cada vez mais estão sendo citados em teses e dissertações como Guimarais (2011) e Souza (2010) que propõem sequências de ensino para conteúdos da Matemática. Um dos softwares citados é o Geogebra, gratuito e de fácil manuseio, podendo ser utilizado em representações geométricas e representações gráfico-dinâmicas.

Seguindo os autores supracitados, procuramos elaborar uma sequência de ensino com uso do Geogebra com o anseio de facilitar aos estudantes a compreensão conceitual de exemplos e teoremas da convergência de funções, abordando especificamente convergência simples e convergência uniforme. Para a elaboração da sequência de ensino, nos apoiaremos na *Sequência Fedathi*, na *Teoria das representações semióticas*, no *Curso de Análise - vol. 1* e no uso do software *Geogebra*.

Com este trabalho pudemos verificar que é possível utilizar o aparato computacional como ferramenta auxiliar para o ensino de conceitos de convergência de funções, saindo da forma tecnicista e permitindo que os alunos possam participar mais ativamente da construção de sua aprendizagem.

QUADRO TEÓRICO

Para a realização das atividades em sala de aula, utilizamos como principal fonte de embasamento teórico autores que tratam da Sequência Fedathi no ensino de matemática, tais como: Sousa *et al.* (2013) e Souza (2010), que trazem significativas reflexões acerca da elaboração e condução de aulas de matemática, mostrando formas de melhorar a postura e mediação docente em sala de aula.

Além disso, exploramos os Registros de Representação Semiótica com base em Duval, pois segundo o autor: "a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro" e "o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas" (DUVAL, 2009, p. 21). Lembremos que "a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação" (Ibidem), sendo assim, utilizamos esta teoria pelo seu papel e importância ao evidenciar que para o aluno ter acesso ao objeto matemático, necessita conhecer as representações destes objetos.

CARACTERIZAÇÃO DA SEQUÊNCIA FEDATHI

A Sequência Fedathi é uma proposta metodológica de ensino que vem sendo desenvolvida e aprimorada por professores e estudantes vinculados à Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará – FACED/UFC. Seu foco principal é a mediação docente em sala de aula, em que o professor deve conduzir o aluno a agir como um matemático na construção dos conceitos a serem estudados, oportunizando, portanto, a participação ativa do aluno nas aulas. Para Borges Neto e Dias (1999):

> o aluno reproduz ativamente os estágios que a humanidade percorreu para compreender os ensinamentos matemáticos sem que, para isso, necessite dos mesmos milênios que a história consumiu para chegar ao momento atual.

Dessa forma, a sala de aula deve ser um ambiente onde o aluno possa fazer o papel de um pesquisador, investigando e resolvendo problemas, passando pelas diversas etapas de uma pesquisa. Assim, a Sequência Fedathi é composta por quatro etapas: Tomada de Posição (1); Maturação (2); Solução (3) e Prova (4). Com base em Sousa *et al.* (2013), temos:

1) *Tomada de Posição:* É a etapa onde o professor exibe o problema ao aluno. Não necessariamente deve ser de forma escrita ou enunciada; pode ser através de um jogo, material concreto, software ou outros. Este problema deve estar relacionado com o conhecimento a ser ensinado e que deve ser aprendido pelo aluno. Antes da apresentação do problema o professor deverá diagnosticar o conhecimento prévio dos alunos para ter consciência do nível em que seus alunos se encontram.

2) *Maturação:* Nesta etapa o aluno deve interpretar o problema, compreender a situação e tentar encontrar o caminho que o leve à solução. Para isso ocorrem erros, conflitos de ideias e colaboração em grupo. Aqui surgem questionamentos que podem partir do aluno ou do professor.

3) *Solução:* Nesta etapa, as ideias são formalizadas, modelos matemáticos são construídos e confrontados. Sua validade deve ser verificada para o problema em questão e para outros problemas mais gerais. Aqui o professor deve atuar como mediador, buscando o modelo mais apropriado para a situação. Como é detentor do conhecimento matemático, neste momento, fica à frente da discussão.

4) *Prova:* Nesta etapa ocorre a finalização do processo, a solução é formalizada e cria-se o modelo prático que torna-se conhecimento e pode ser utilizado para resolver aquele problema específico e outros problemas semelhantes. Nesta etapa o professor poderá fazer a avaliação da aprendizagem da forma que julgar conveniente.

Como afirmado anteriormente, a postura do professor não é a mesma do ensino tradicional, sendo que durante toda a aula o docente deve sempre motivar o pensamento reflexivo do aluno, estimulando seu raciocínio através de bons problemas ou situações desafiadoras.

Encontramos em Fontenele (2013, p. 24) um quadro que resume a postura que se espera do professor em cada fase.

Quadro 01– Postura docente segundo a Sequência Fedathi.

Postura Docente Esperada em Cada Fase da Sequência Fedathi			
Tomada de Posição	**Maturação**	**Solução**	**Prova**
• Apresenta uma situação desafiadora que esteja no nível dos alunos.	• Deixa os alunos pensarem sobre o problema/atividade proposto; • Observa o desempenho dos alunos (postura mão no bolso); • Se questionado, responde com perguntas que estimulem a curiosidade e o instinto investigativo do aluno; • Não fornece a resposta pronta; • Intervém quando necessário, caso o aluno não consiga avançar.	• Chama os alunos para apresentarem suas respostas; • Faz questionamentos que suscitem discussões com a turma; • Aponta e discute os possíveis erros de modo a favorecer a aprendizagem; • Compara os resultados apresentados.	• Formaliza os resultados matematicamente; • Faz generalizações; • Expõe as definições formais ou teoremas.

Fonte: FONTENELE (2013)

No Quadro 01, Fontenele (2013, p. 24) delineia o que se espera do professor durante a sessão didática, considerando que ao elaborar a aula o professor tenha consciência do nível de conhecimento dos alunos e saiba quais são as possíveis dificuldades que os alunos poderão apresentar, quais questionamentos poderão ser levantados. Para tanto, faz-se necessário que o professor tenha conhecimento epistemológico do conteúdo a ser abordado.

REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Para fundamentar as ideias expostas nesta pesquisa recorremos aos elementos da Teoria das Representações Semióticas (cf. DUVAL, 1988) que mostram a importância de abordagens diversificadas para um mesmo objeto matemático. Em Duval (2009, p. 15) temos: "compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas".

O ensino não deve se resumir a fazer tratamentos dos objetos matemáticos e sim buscar sempre fazer as conversões sempre que possível. De acordo com o autor:

> Do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão (Ibidem, p. 16).

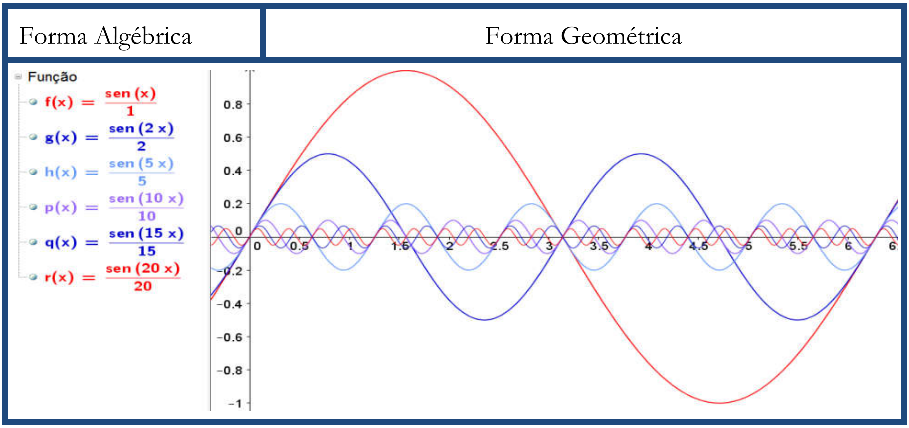
Nas sequências de ensino elaboradas neste estudo nos atentamos à necessidade da mudança da forma tradicional do ensino de matemática, onde um roteiro de ensino é privilegiado e há um treinamento para que os alunos possam repetir este roteiro. Partimos da visualização das famílias de funções e suas particularidades como aproximação pontual e aproximação uniforme, para que posteriormente os alunos pudessem fazer a conversão entre esta forma de representar as funções e a forma mais abordada que é a algébrica.

Devemos utilizar as diversas formas de representar um objeto matemático e fazer com que o aluno tenha capacidade de mudar de registro de representação, pois os objetos matemáticos são acessíveis através de suas representações e a aprendizagem em matemática está na capacidade de mudar de registro de representação. A aprendizagem fica comprometida caso o aluno não consiga fazer "uma mudança de registro ou a mobilização de dois registros". DUVAL (2009, p. 21) defende que:

> Existe como que um "enclausuramento" de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem.

Para exemplificar o tipo de conversão que estamos abordando, mostramos na imagem seguinte uma família de funções, representada tanto na forma algébrica como na forma geométrica.

Figura 3 - Representação algébrica e geométrica de uma família de funções.

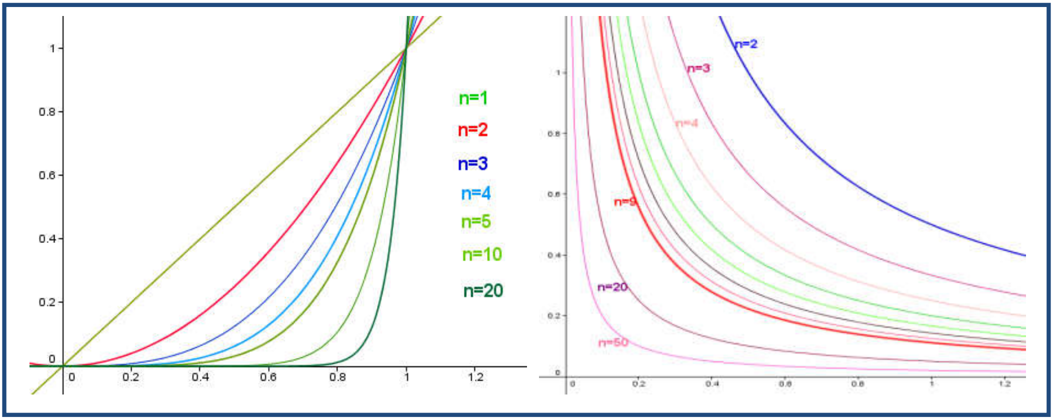


(Fonte: Elaborada pelo autor)

Em livros contemporâneos de Análise Real (cf. ÁVILA, 2006; LIMA, 2006) encontramos definições acerca de convergência de funções, e para estes exemplos faremos a conversão entre as formas algébrica e geométrica. Enfatizamos que este processo é fundamental para que o aluno conheça o objeto matemático em duas de suas representações e seja capaz de mudar de um registro para o outro.

Definição 1: Uma sequência de funções $f_n: X \to \mathrm{IR}$ é uma correspondência que associa a cada número natural n ∈ IN uma função f_n , definida em X e tomando valores reais. Para auxiliar a compreensão do enunciado da definição 1, faremos a descrição geométrica das funções $f_n(X) = (X^n)_{\mathrm{n} \in \mathrm{IN}}$, x $\in [0,1]$ e f_n $(X) = \left(\frac{1}{nx}\right)_{\mathrm{n} \in \mathrm{IN}}$, x $\in (0, +\infty)$. Para cada n é possível visualizar o gráfico da função correspondente.

Figura 4 - Representação geométrica de sequências de funções.

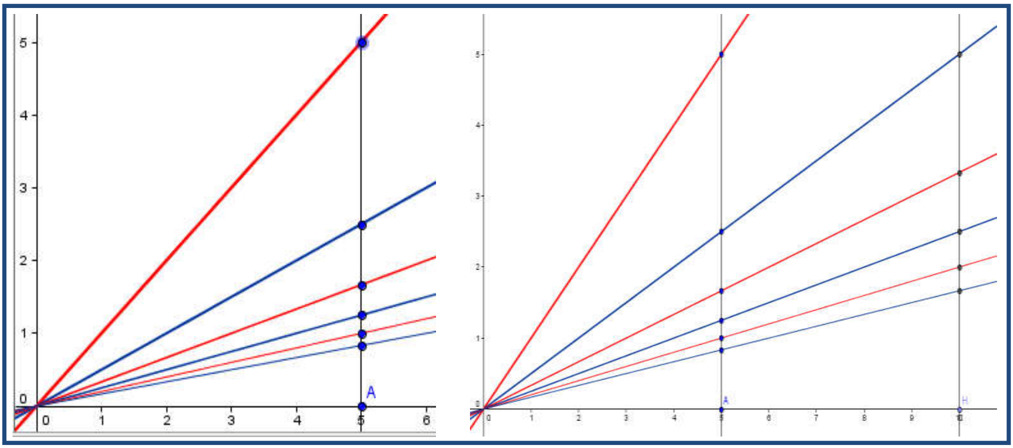


Fonte: Elaborada pelo autor

Definição 2: Diz-se que a sequência de funções f_n: X → IR converge simplesmente para a função f : X → IR quando, para cada x ∈ X, a sequência de números (f_1 (x), f_2 (x),. . ., f_n(x),) converge para o número f(x). Ou seja, para todo x ε X fixado, tem-se $\lim_{n\to+\infty} f_n(X) = f(X)$. Ou seja, dado qualquer ε > 0 pode-se obter para cada x ∈ X, um inteiro $n_0 = n_0\,(\varepsilon, \mathrm{x})$, tal que n > $n_0 \rightarrow |f_n(X) - f(X)| < \varepsilon$. “A convergência simples às vezes também se chama convergência ponto a ponto ou convergência pontual”.

Podemos observar na figura 5 a representação gráfica da função $f_n(X) = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{n}}$ onde para cada x ∈ IR, a sequência de números $f_n(X) = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{n}}$ converge para zero. Podemos observar também que mantendo ε fixado pode ocorrer que não exista n_0 algum que sirva simultaneamente para todo x ∈ X.

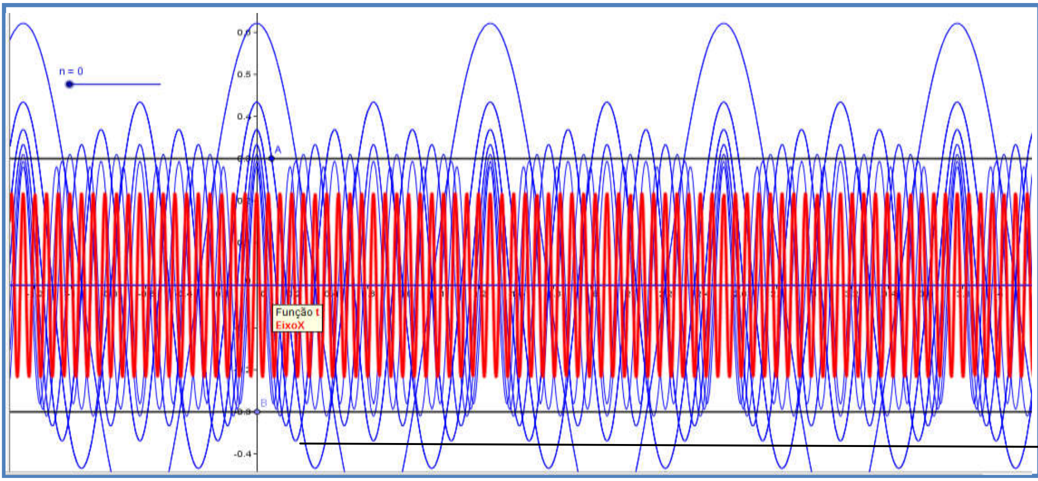
Figura 5 - Representação gráfica de convergência simples.



Fonte: Elaborada pelo autor

Definição 3: Diz-se que uma sequência de funções f_n: X → IR converge uniformemente para uma função f_n: X → IR quando, para todo $\varepsilon >\ 0$ dado, existem $n_0 \in IN$ tal que $\mathrm{n} > n_0 \rightarrow |f_n(X) - f_{n^{\circ}}(X)|$<ε, seja qual for o x ∈ X.

Figura 6 - Representação gráfica da convergência uniforme.

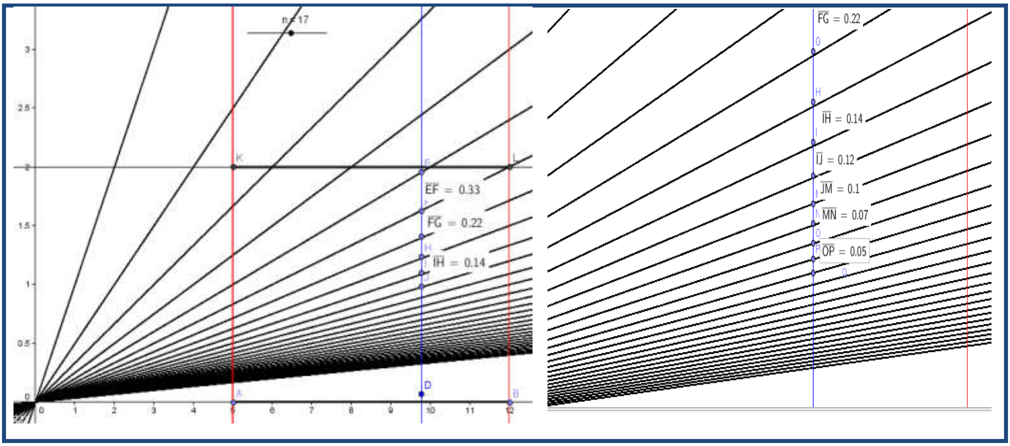


Fonte: Elaborada pelo autor

Observando a figura 6 podemos visualizar geometricamente a aproximação das funções $f_n(x) = \frac{cos\ (nx)}{logn}$ para a função f (x) = 0. Como $-1 \leq cos(nx) \leq 1$ e $\lim_{n \to +\infty} logn = +\infty$, logo $\lim_{n \to +\infty} f_n(x) = \frac{\cos(nx)}{logn}$ = 0, ou seja, dado um $\varepsilon >\ 0$, existe $n_0 \in IN$ tal que $\mathrm{n} > n_0 \rightarrow |f_n(X) - f(X)|$ < ε, seja qual for o x ∈ X.

Definição 4: Uma sequência de funções f_n: X → IR chama-se uma sequência de Cauchy quando, para cada $\varepsilon > 0$ dado arbitrariamente, for possível obter um $n_0 \in IN$ tal que m, n > n_0 → $|f_m(X) - f_n \ (X)| < \varepsilon$, qualquer que seja o x ∈ X.

Figura 7 - Representação gráfica da sequência de Cauchy



Fonte: Elaborada pelo autor

A figura acima representa uma sequência de Cauchy. Podemos visualizar que para cada x fixado os valores de *f(x)* formam uma sequência de números que se aproximam cada vez mais à medida que o valor de n cresce e quanto maior for o valor de n, mais próximo a zero o valor de *f(x)* se encontrará.

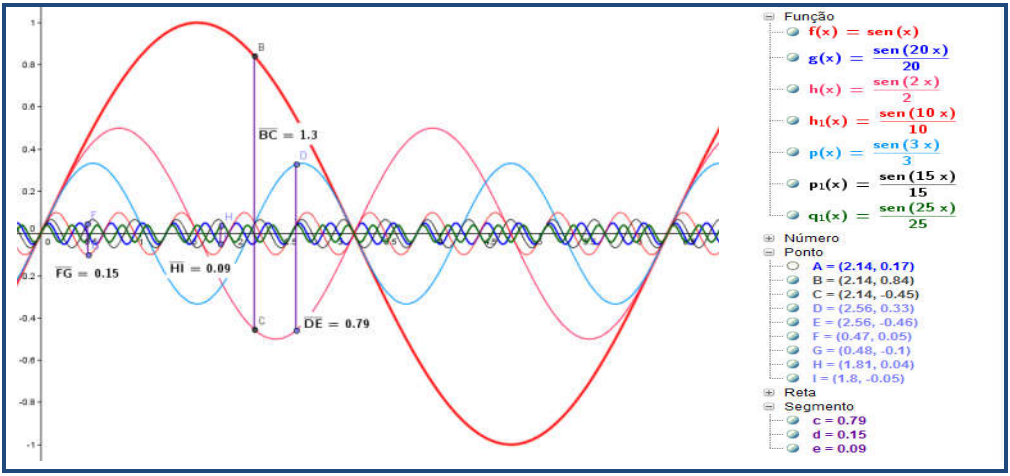
Teorema 1: Uma sequência de funções f_n : X → IR é uniformemente convergente se, e somente se, é uma sequência de Cauchy.

Demonstração: Suponhamos primeiro que $f_n \to f$ uniformemente em X. Dado arbitrariamente $\varepsilon > 0$ podemos encontrar um $n_0 \in N$ tal que $n > n_0 \Rightarrow | f_n(x) - f(x)| < \frac{\varepsilon}{2}$ para todo $x \in$ X.

Então se tomamos m e n ambos maiores do que n_0, vale a desigualdade acima e também $|f_m(x) - f(x)| < \frac{\varepsilon}{2}$ para todo $x \in$ X. Portanto a hipótese *m, n* > n_0 implica $| f_m(x) - f_n(x)| \leq |f_m(x) - f(x)| + |f(x) - f_n(x)| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon$ para todo $x \in$ X. Logo (f_n) é uma sequência de Cauchy. Reciprocamente, se a sequência de funções f_n: X → IR é de Cauchy então, para cada x ∈ X, os números $f_n(x), n \in$ IN, formam uma sequência de Cauchy de números reais. Esta sequência converge para um número real que chamamos $f(x)$. Isto define uma função f: X → IR, tal que $f(x) = \lim_{n \to +\infty} f_n(x)$ para todo x ∈ X. Para mostrar $f_n \to f$ uniformemente em X, seja dado $\varepsilon > 0$. Existe n_0 tal que *m, n*$> n_0 \Rightarrow |f_m(x) - f_n(x)| < \varepsilon$ para todo x ∈ X. Nesta igualdade mantenhamos n e x fixos e façamos m → ∞. Obteremos: $|f \ (x) - f_n(x)| \leq \varepsilon$ para todo x ∈ X, desde que seja n $> n_0$. Isto prova que $f_n \to f$ uniformemente.

Este teorema e sua respectiva demonstração descritos em Lima (2010, p. 368) mostram o formalismo e a simbologia repleta de significado matemático com que os estudantes se deparam ao estudarem este ramo da Matemática. Se não houver o entendimento conceitual desta simbologia, o discente terá dificuldades de fazer manipulações com esta forma de representação das funções. Caso venha a fazer tais manipulações, será mecanicamente, de forma que não terá uma aprendizagem deste conteúdo. Na figura8 mostramos uma representação geométrica que pode servir para o aluno fazer a visualização gráfica de significados que não são explícitos quando expostos na forma algébrica com toda simbologia empregada.

Figura 8 - Interpretação geométrica do teorema 1.



Fonte: Elaborada pelo autor

O estudante pode visualizar que quando n cresce as funções tornam-se cada vez mais próximas, na verdade tão próximas quanto se queira, pois tratam-se de sequências de Cauchy. Por outro lado observa-se também que os gráficos tornam-se tão próximos de $f(x)=0$ quanto se queira, isto é, trata-se de uma convergência uniforme.

UMA METODOLOGIA PARA O ENSINO CONCEITUAL DE CONVERGÊNCIA DE FUNÇÕES

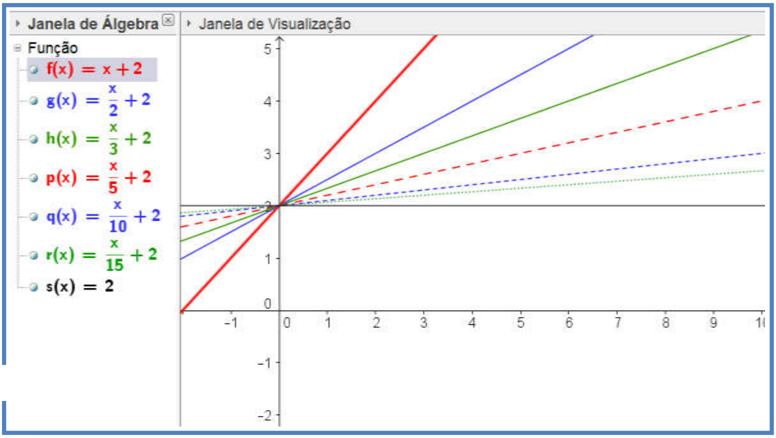
Apresentamos neste tópico um modelo de ensino de conceitos pertinentes a convergência simples e convergência uniforme, tendo como sujeitos, professores (alunos) recém-formados em Matemática na UVA-CE. Para a elaboração e execução do modelo, nos apoiamos na Sequência Fedathi e utilizamos o Software Geogebra para a realização das atividades. Desse modo, a descrição segue as etapas previstas na Sequência Fedathi.

Iniciamos nosso encontro dialogando com os alunos acerca dos motivos que nos levaram a realizar este trabalho e explicando porque eles foram convidados a estarem participando desta pesquisa. Tendo em vista que alguns alunos não dominam este software, aproveitamos o momento para explorarmos construções diversas, dando ênfase ao uso do "controle deslizante" e "rastro" que seriam muito utilizados nas construções de convergência de funções.

Neste encontro fizemos questionamentos acerca do conhecimento dos alunos sobre convergência de funções, convergência simples e convergência uniforme. Ficamos surpresos, pois os alunos demonstraram que desconheciam tais conceitos. Desse modo, até aqui, estivemos apenas conhecendo os conhecimentos prévios dos alunos, fazendo um breve nivelamento das habilidades que precisariam ter para melhor acompanhar as atividades propostas. Esse momento antecedeu a *tomada de posição* e foi essencial para preparar o aluno e favorecer a análise do professor acerca de como proceder na etapa seguinte.

Iniciamos nossa investigação, com intuito de que os alunos construíssem as noções de convergência. Para tanto,na *tomada de posição*, propomos a exploração da família de funções $f_n(X) = \frac{x}{n} + 2$, os alunos executaram a construção da família de funções no geogebra e responderam questões sobre o comportamento dessa sequência com a variação do *n*. Com a visualização da família de funções, perceberam que quando n cresce, os gráficos vão se tornando cada vez mais horizontais e que seu limite é f(x) = 2. Logo converge para f(x) = 2. Nas proximidades de x=0 essa convergência é mais rápida, e vai se tornando mais lenta quando se afasta de x=0. Analisamos também o comportamento de outras funções tais como $f_n(X) = (X^n)_{\mathrm{n} \in \mathrm{IN}}$, $\mathrm{x} \in [0,1]$ e $f_n(X) = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{n}}$ que convergem simplesmente. Encerramos este encontro formalizando o conceito de convergência simples.

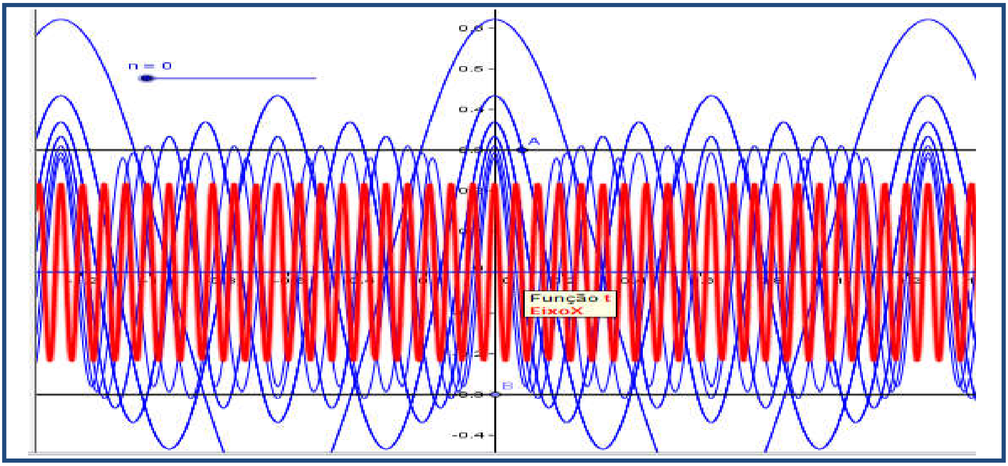
Figura 9 - Representação algébrica e geométrica de funções da família $f_n(X) = \frac{x}{n} + 2$.



Fonte: Elaborada pelo autor

Realizamos o último encontro com o intuito de despertar nos alunos a compreensão conceitual de convergência uniforme e a diferença entre esta e a simples. Para tentarmos alcançar os objetivos desta etapa, solicitamos aos alunos que executassem e analisassem os gráficos da família de funções $f_n(x) = \frac{cos\,(nx)}{logn}$, cuja representação é dada na figura 10. Nele os alunos perceberam que com o crescimento de n todas as funções tornam-se próximas a f(x) = 0, e que essa aproximação pode tornar-se tão pequena quanto se queira, dependendodo valor de n. Esse comportamento é conhecido como convergência uniforme.

Figura 10 - Representação gráfica da convergência uniforme.

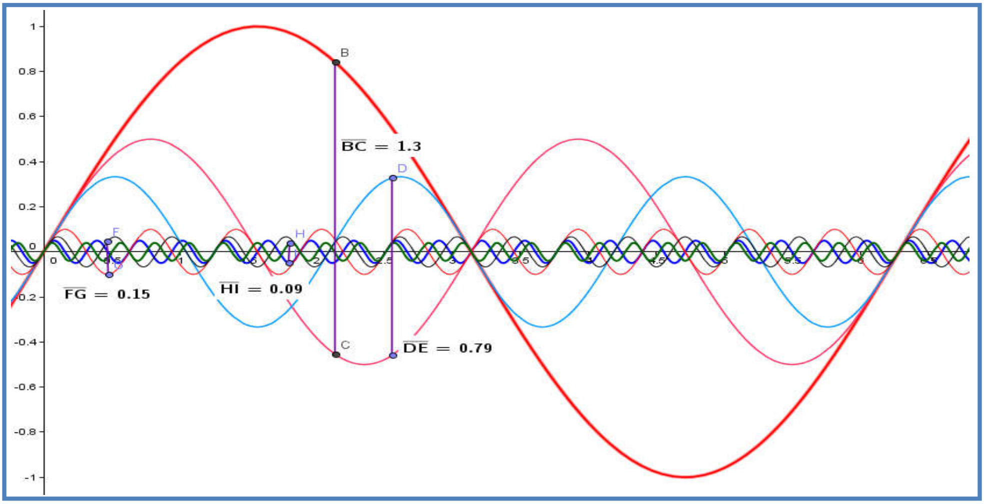


Fonte: Elaborada pelo autor

Ainda nesse encontro formalizamos com o auxilio do geogebra o teorema que relaciona convergência uniforme e Sequência de Cauchy.

Teorema 1: Uma sequência de funções $f_n : X \to IR$ é uniformemente convergente se, e somente se, é uma sequência de Cauchy.

Figura 11 - Interpretação geométrica do teorema 1.



Fonte: Elaborada pelo autor

Como já mencionamos, nesta figura podemos ver que na função $f_n(\mathrm{x}) = \frac{sen\,(n.x)}{n}$, quando n cresce, os gráficos das funções tornam-se cada vez mais próximos, relacionando sequência de Cauchy com convergência uniforme.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os entraves para o entendimento da Análise Real são um objeto de estudo para pesquisadores em Educação Matemática. Alves (2013) aborda o reconhecimento de padrões gráfico com apoio do Geogebra, enfatizando os casos de convergência pontual e uniforme, que carregam consigo grande formalismo e uma simbologia carregada. O ensino exige do estudante que este domine as definições dos conceitos e, através da aplicação da lógica, tire as conclusões solicitadas. No entanto, para muitos que iniciam esta trajetória, não é suficiente para a aprendizagem decorar definições, aplicá-las e chegar às conclusões de forma mecânica.

Neste contexto, Alves (2012) discute as potencialidades de exploração do Geogebra para o ensino de conceitos relacionados à Análise Real. De forma similar, procuramos fazer uma exploração do Geogebra no contexto das convergências de funções e, apoiados na Sequência Fedathi, estruturamos e aplicamos uma sessão de ensino para este conteúdo.

Assim, nesse trabalho, buscamos de forma simples, apresentar exemplos, definições e teoremas relativos à convergência de funções com a utilização do Geogebra, pois este permite que o estudante possa fazer uma visualização rápida das representações gráficas e tire conclusões a respeito de propriedades inerentes ao conteúdo abordado.

Com a realização da pesquisa de campo, verificamos no início que os seis (06) professores que participaram da pesquisa não tinham conhecimento sobre convergência de funções. Ao final, conseguiram compreender o conceito de convergência de funções e como mostram os trechos acima, escreveram o que entenderam sobre tais convergências.

Desta forma, o aprendiz construiu uma significação conceitual a partir das situações propostas, o que não seria possível, para muitos, apenas fazendo inferências lógicas sobre as definições, postulados e teoremas formais.

DESCRIPTION GRAPH-GEOMETRIC EXAMPLES AND THEOREMS WITH SUPPORT OF GEOGEBRA: CONVERGENCE OF FUNCTIONS

Abstract: In this article we investigate the teaching and learning of concepts in the Actual Analysis, with focus on convergence of functions, with students graduates in Mathematics, by Universidade Estadual Vale Acaraú. The main objective was the exploration of this content through a Sequence Fedathi (SOUSA et al. 2013) using the software Geogebra. We consider also the importance of the Records of Semiotics Representations (DUVAL, 2009), since we are dealing with types of representations of a mathematical object waiting for a better conceptual understanding on the part of students. In the field research, we propose situations for a group of 6 teachers (students) of Mathematics with the intention to cause them the visual stimulus to the understanding of the concepts of the object of study. We can see that they were unaware of the concepts of convergence, part of them knew the software, however, did not use as teaching resource. With such hours we managed to develop in teachers the basic concepts of convergence simple and uniform.

Keywords: Convergence of Functions, Geogebra, Semiotic Representation, Sequence Fedathi.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Francisco. R. V. **Aplicações da Sequência Fedathi na promoção das categorias do raciocínio intuitivo no Cálculo a Várias Variáveis**. 2011. 353p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

_______. **Discussão da noção de integral imprópria com o auxílio do Geogebra**. In: *Conferência Latinoamericana de Geogebra*, Montevidéu. 9-18. Disponível em: http://www.geogebra.org.uy/2012/home.php. Acessado em: 01 out. 2013.

_______. **Interpretação geométrica para a regra de L`Hospital com o auxílio do Geogebra**. In: *Conferência Latinoamericana de Geogebra*. Montevidéu, 1-8. Disponível em: http://www.geogebra.org.uy/2012/home.php. Acessado em: 01 out. 2013.

_______. **Interpretação geométrica de definições e teoremas:** o caso da análise real. In: *Conferência Latinoamericana de Geogebra.* Montevidéu, 322-329. Disponível em: http://www.geogebra.org.uy/2012/home.php. Acessado em: 01 out. 2013.

_______. **Reconhecimento de padrões gráficos com o apoio do software Geogebra:** os casos da convergência pontual e uniforme. In: Tear Revista de Educação Ciência e Tecnologia. V.2, n.2 (2013). Disponível em: http://seer.canoas.ifrs.edu.br/seer/index.php/tear/article/view/126/74. Acesso em: 20 abr. 2014.

AMORIM, Lílian Isabel Ferreira. **A (re)construção do conceito de limite do cálculo para a análise**: um estudo com alunos do curso de licenciatura em matemática. 2011. 133f. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

ÁVILA, Geraldo Severo de Souza. **Análise Matemática para licenciatura**. 3.ed.rev. e ampl. São Paulo: Blucher, 2006.

D'AMBROSIO, Ubiratan**. Educação Matemática**: da teoria à prática. 19. ed. Campinas, SP: Papirus, 2010.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara(org). In: **Aprendizagem em Matemática:** Registros de representação semiótica. 5. Ed. Campinas, SP: Papirus, 2009. p 11-33.

FONTENELE, Francisca Cláudia Fernandes. **A sequência fedathi no ensino da álgebra linear:** o caso da noção de base de um espaço vetorial. 2013. 96f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, 2013.

GUIMARAIS, Yara Patrícia Barral de Queiroz. **Exploração de convergência em tópicos de cálculo diferencial, integral e numérico, usando os softwares *VCN* e *Geogebra*.** 2011. 192 f. Dissertação(Mestrado) Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós- graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Belo Horizonte, 2011.

Hairer. E. &Wanner. G. (2008). Analysis by its History. New York: Springer

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas, SP: Papirus, 2007.

LIMA, Elon Lages. **Curso de Análise v.1**. 12.ed. Rio de Janeiro: Projeto Euclides.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender Matemática.** Campinas, SP: Autores associados, 2006.

SOUZA, Maria José Araújo. **Aplicações da Sequência Fedathi no ensino e aprendizagem da Geometria mediado por tecnologias**

digitais. 2010. 230 f. Tese (Doutorado) – FACED – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.

SOUZA, M. J. A. Sequência Fedathi: apresentação e caracterização. *In*: SOUSA, F. E. E. *et al*. (Org.). **Sequência Fedathi**: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática. Fortaleza, CE: Edições UFC, 2013.